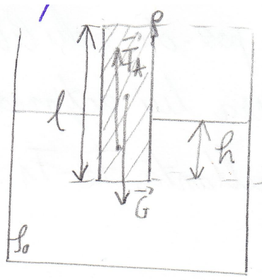
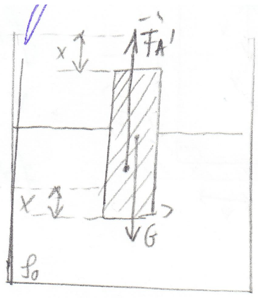
... în cele ce urmează.



(1)



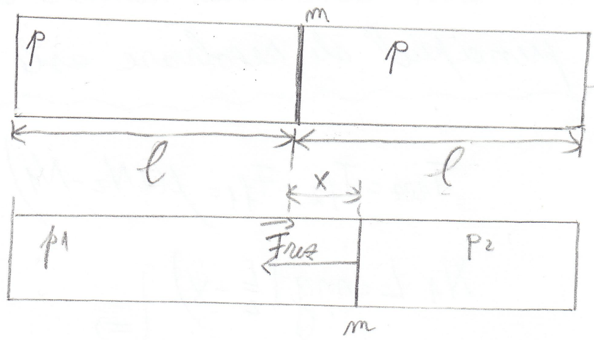
(2)

$$\rho \cdot S \cdot l \cdot g = \rho_0 \cdot S \cdot h \cdot g \quad (1)$$

$$F_{rez} = \rho_0 S (h+x) g - \rho S l g \quad (2)$$

$$\Rightarrow F_{rez} = \underbrace{\rho_0 S g}_{k_{osc}} \cdot x \Rightarrow \text{o.l.a}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{\rho_0 S g}{\rho \cdot S \cdot l}} = \sqrt{\frac{\rho_0 \cdot g}{\rho \cdot l}}.$$



Condiția pt. care pistonul m oscilează liniar armonic este: $x \ll l$

Gazul din cele două compartimente se presupune că suferă ori o transf. adiabatică, ori o transf. izotermă.

Pt. transformarea adiabatică:

$$p \cdot l^{\gamma} = p_1 (l+x)^{\gamma} \Rightarrow \left(\frac{l+x}{l}\right)^{\gamma} = \frac{p}{p_1} \Leftrightarrow \underset{(\text{aprox. pt. } x \ll l)}{1 + \gamma \cdot \frac{x}{l}} = \frac{p}{p_1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p_1 = \frac{p}{1 + \gamma \cdot \frac{x}{l}}$$

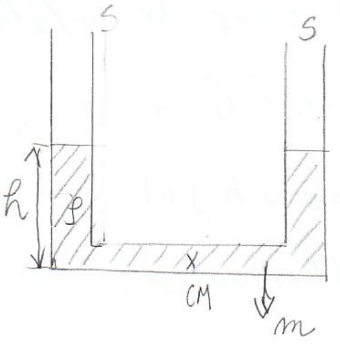
$$p_2 = \frac{p}{1 - \gamma \cdot \frac{x}{l}} \quad (\text{analog})$$

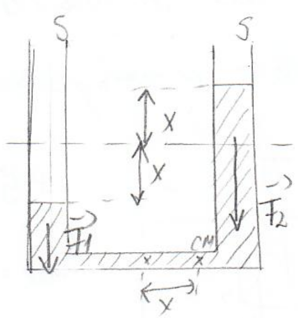
$$F_{rez} = (p_2 - p_1) \cdot S = p\left(\frac{1}{1-\gamma\frac{x}{l}} - \frac{1}{1+\gamma \cdot \frac{x}{l}}\right) \cdot S \approx p \cdot S \cdot \frac{2 \cdot \gamma \frac{x}{l}}{1} = \underbrace{\frac{2 p S \gamma}{l}}_{k_{osc}} \cdot x$$

$$\omega = \sqrt{\frac{2pS\gamma}{l\cdot m}} \quad (ad).$$

Pt. transf. izotermă, relațiile sunt aceleași dacă înlocuim γ cu 1. Deci:

$$\omega_{izot} = \sqrt{\frac{2pS}{l\cdot m}}$$

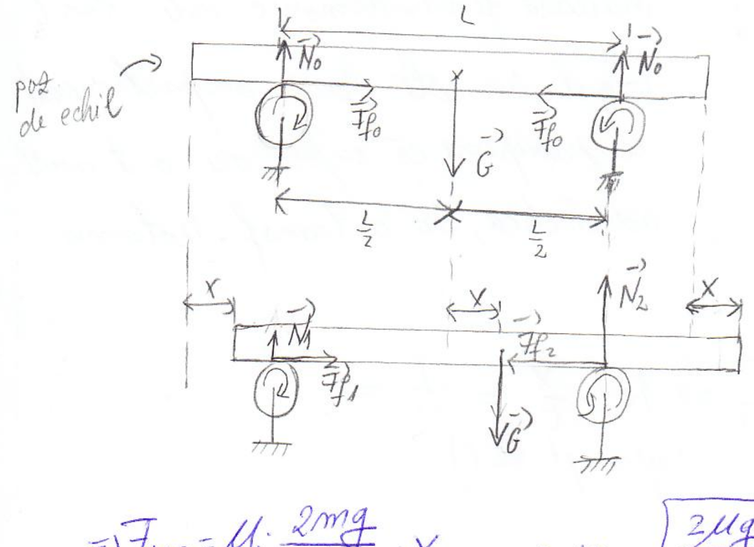




Punctul CM ~~Centrul de masă~~ s-a deplasat față de poz. de echilibru cu x și asupra lui acționează o forță rezultantă, $F_2 - F_1$.

$$\left.\begin{aligned} F_2 &= \rho g(h+x)\cdot S \\ F_1 &= \rho g(h-x)\cdot S \end{aligned}\right\} \Rightarrow F_{rez} = \underbrace{2\rho g S}_{k_{osc}}\cdot x \Rightarrow \omega_{osc} = \sqrt{\frac{2\rho g S}{m}}$$

OBS Problema poate fi complicată, înclinând cele două ramuri ale tubului sub diferite unghiuri, dar principiul de rezolvare este același.



$$F_{rez} = F_{f2} - F_{f1} = \mu(N_2 - N_1)$$

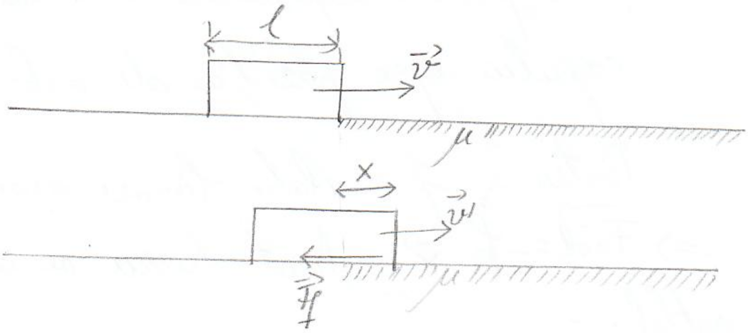
$$\left.\begin{aligned} N_1\cdot L &= mg\left(\frac{L}{2} - x\right) \\ N_2\cdot L &= mg\left(\frac{L}{2} + x\right) \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (N_2 - N_1)\cdot L = 2mg\cdot x$$

$$\Rightarrow F_{rez} = \underbrace{\mu\cdot\frac{2mg}{L}}_{k_{osc}}\cdot x \quad \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{2\mu g}{L}}.$$

OBS Plecând de la această idee, problema se mai poate complica punând un resort ~~la~~ nedeformat în ~~poz~~. de echil a sistemului, ~~de ex.~~ la un capăt al scândurii. (unul din ex.)

Situația când un corp intră cu viteză de pe o porțiune netedă, fără frecări pe o porțiune rugoasă, unde coef. de frecare la alunecare este μ:

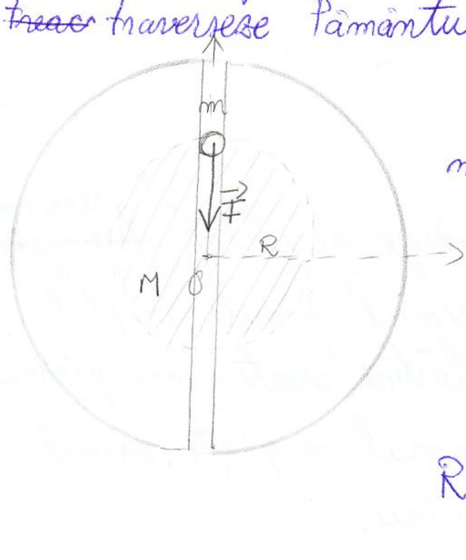


$F_{rez} = F_f = \mu \cdot g \cdot m \cdot \frac{x}{l} \Rightarrow$ o. l. a

Dacă, corpul are o viteză suficient de mare, atunci el va intra complet pe porțiunea rugoasă într-o mișcare echivalentă cu o mișcare oscilatorie arm. desfășurată într-un sfert de perioadă și continuă cu o mișcare uniform încetinită.

Dacă viteza corpului e mică, atunci va intra parțial pe porțiunea rugoasă, ~~pe~~ efectuând o mișcare echiv. cu o mișcare o. arm. desfășurată într-un sfert de perioadă.

O situație pur teoretică ar fi construirea unui tunel care să ~~treac~~ traverseze Pământul de la Polul Nord la Polul Sud.



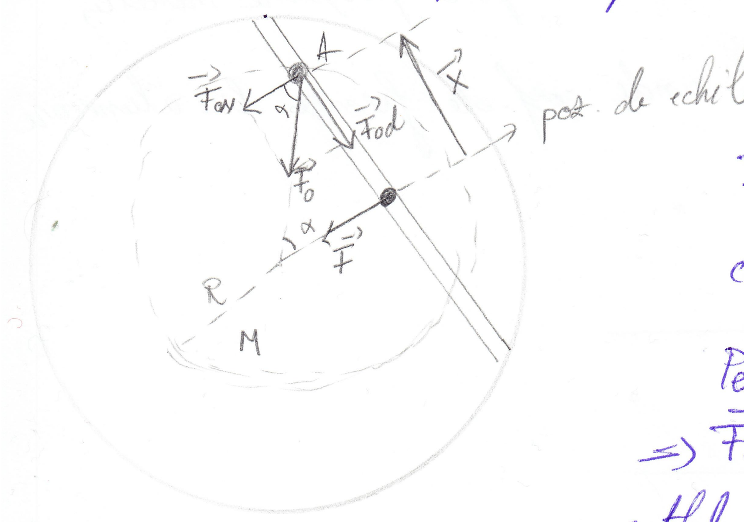
Se presupune că, corpul de masă m interacționează numai cu porțiunea hașurată pe desen.

Astfel: $F = m \cdot g = k \frac{M m}{R^2} = \frac{\rho \cdot V \cdot m}{R^2} = \frac{\rho \cdot m}{R^2} \cdot \frac{4\pi R^3}{3} =$

$= \underbrace{\frac{\rho m}{3} \cdot 4\pi}_{k} \cdot R$

R reprezintă de fapt elongația.

Situația se mai poate complica, ca în exemplul acesta:

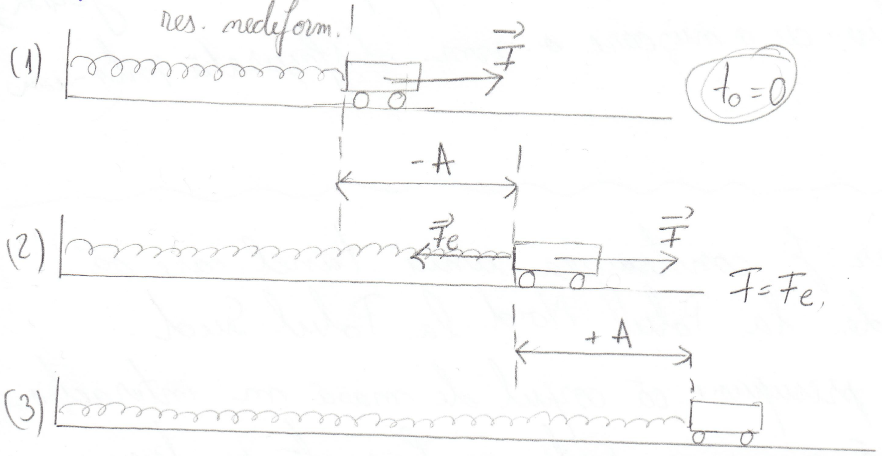


Într-o poziție oarecare A forța Fod produce deplasarea accelerată a corpului spre poziția de echilibru. Pentru a fi oscilații liniare armonice $\Rightarrow \vec{F}_{od} = -k\cdot\vec{x}$. Acest lucru se dem. astfel:

$$F_0 = mg = k\frac{Mm}{R^2} = \frac{k\cancel{M}m}{R^2}\cdot\rho\cdot\frac{4\pi R^3}{3} = \frac{k\cancel{M}m}{3}\rho\cdot 4\pi R.$$

$F_{od} = F_0\cdot\sin\alpha = \frac{km\rho}{3}\cdot 4\pi\cdot R\cdot\sin\alpha$, dar $R\cdot\sin\alpha = x \Rightarrow F_{od} = -k\vec{x}$ (o.l.a)

Există probleme în care se dă un cărucior ~~prins~~ aflat pe un suport orizontal, prins printr-un resort elastic de un perete și se cere timpul cât trebuie să acționeze o forță F pt. ca după încetarea ei corpul să rămână în repaus.



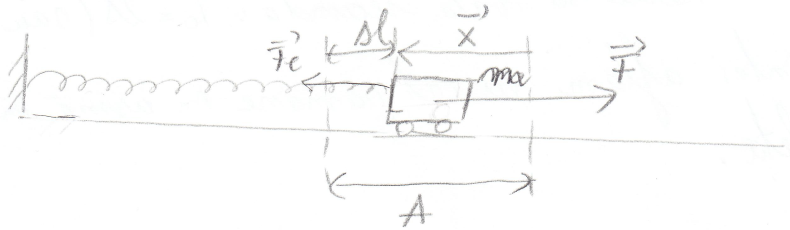
Din poziția (1) până în poziția (2) căruciorul merge accelerat. Trecând ~~Ajungând~~ în poziția (2), care este poziția de echilibru, căruciorul pierde treptat energie cinetică, mergând încetinit deoarece forța elastică crește și are permanent o valoare mai mare ca F. În poziția (3) căruciorul se oprește, având o accelerație maximă orientată spre poziția de echilibru.

In acest fel căruciorul va oscila față de poziția de echil (2).

In poziția (1) viteza căruciorului este nulă, dar accelerația este maximă. Această accelerație este datorată numai forței F. Așadar, dacă în poziția (1) acțiunea forței F încetează, atunci căruciorul rămâne în repaus, deoarece nu mai acționează nimeni asupra lui și viteza este nulă. Deci, acțiunea forței F trebuie oprită la un moment t, când corpul se află în poziția 1. Căruciorul ajunge înapoi în poziția 1 după ce a efectuat n oscilații complete, unde $n \in \mathbb{N}$.

$$\Rightarrow t = nT = n \cdot \frac{2\pi}{\omega}, \; n \in \mathbb{N}.$$

Pt. a-l afla pe ω alegem o poziție oarecare și vedem forța rezult. (care trebuie să fie de forma $-k\vec{x}$).



$$F_{rez} = F - F_e = F - k(A - x), \text{ dar } kA = F \Rightarrow F_{rez} = k \cdot x \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\Rightarrow t = n \cdot 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}, \; n \in \mathbb{N}.$$